

Best Fit Matching von Punktwolken

Dipl.-Math. Norbert Schuhmann
Pagoda Systems Software Solutions Stuttgart
e-mail: norbert.schuhmann@pagoda-systems.com

Einleitung

Bedingt durch den Aufbau von optischen 3D Scannern können systematische Fehler in der resultierenden Punktwolke auftreten: Mechanische Ungenauigkeiten bei der Fixierung eines in 2D messenden Lasersensors an ein 3D Koordinatenmeßgerät und Kalibrierungsfehler können zu inakzeptablen systematischen Abweichungen zwischen verschiedenen Meßaufnahmen (*Records*) führen. Die systematischen Fehler zwischen Überlappungsbereichen von Records lassen sich mittels berechneten Schnitten durch die Punktwolke visualisieren.

Die vorliegende Arbeit stellt neue Methoden zur nachträglichen Korrektur der Abweichungen mittels Best Fit Matching zwischen Records vor. Dabei werden keinerlei Voraussetzungen an die Punktwolke gemacht: Mit dem Verfahren können beliebig viele Records korrigiert werden, eine besondere Struktur der Punkte in einem Record ist nicht notwendig, insbesondere wird keine Polygonisierung der Punktwolke in ein Facettenmodell verlangt. Das Best Fit Matching kann damit unabhängig von einer speziellen Scannerhardware eingesetzt werden. Die entwickelte flexible Methode eignet sich außerdem zur Ausrichtung zwischen zwei oder mehreren unstrukturierten Punktwolken im Sinne eines Soll-Ist-Vergleichs.

ICP Methode

Die ICP Methode (ICP = **I**terative **C**losest **P**oint) ist ein zuverlässiges und genaues Verfahren für das Matching von Oberflächen und geht auf Besl und McKay (vgl. [1]) zurück. Ziel der ICP Methode ist die Berechnung einer Kombination aus Rotation und Translation für eine Punktmenge $\{P_i\}$, so daß der euklidische Abstand zwischen $\{P_i\}$ und einer geometrischen Oberfläche S minimiert wird. Hierbei werden die Punkte von $\{P_i\}$ auf S orthogonal projiziert und so eine umkehrbar eindeutige Zuordnung zwischen den Punkten $\{P_i\}$ und den Lotfußpunkten $\{L_i\}$ der Projektion erzeugt. Die Kombination aus Rotation und Translation für einen einzelnen Punkt P_i kann durch die Multiplikation der Koordinaten von P_i mit der Matrix R und durch Addition des Vektors T mathematisch beschrieben werden. Die Einträge von R und T ergeben sich dann durch die Minimierung der Summe der quadratischen Abweichungen zwischen $\{P_i\}$ und $\{L_i\}$. Es gilt damit:

$$P_i' = RP_i + T$$
$$E = \sum_i |L_i - P_i'|^2 \rightarrow Min$$

Die Minimierung von E führt auf ein nicht lineares Gleichungssystem in den Einträgen von R und T und kann numerisch gelöst werden. Iteration der beiden Schritte, Projektion und Lösen des obigen Minimierungsproblems, führt auf die Gesamtlösung für die gesuchte Rotation und Translation, welche durch die Verkettung von R und T aus jedem Schritt bestimmt ist.

Projektion von Punktwolken

Für das Matching von zwei Punktwolken $\{P_i\}$ und $\{Q_i\}$ kann die Iteration der ICP Methode erst dann angewandt werden, wenn eine umkehrbar eindeutige Abbildung zwischen Punkten der Records vorliegt. Mittels Suchverfahren könnte für jeden Punkt aus $\{P_i\}$ der jeweils nächstgelegene Punkt aus $\{Q_i\}$ bestimmt werden. Wie in Abbildung 1 zu erkennen ist, werden dann jedoch nicht die orthogonalen Abstände minimiert. Eine Projektion eines Punkts aus $\{P_i\}$ auf die in Abbildung 1 gezeigte Oberfläche ist nicht ohne weiteres möglich, da diese lediglich in diskreten Punkten gegeben ist.

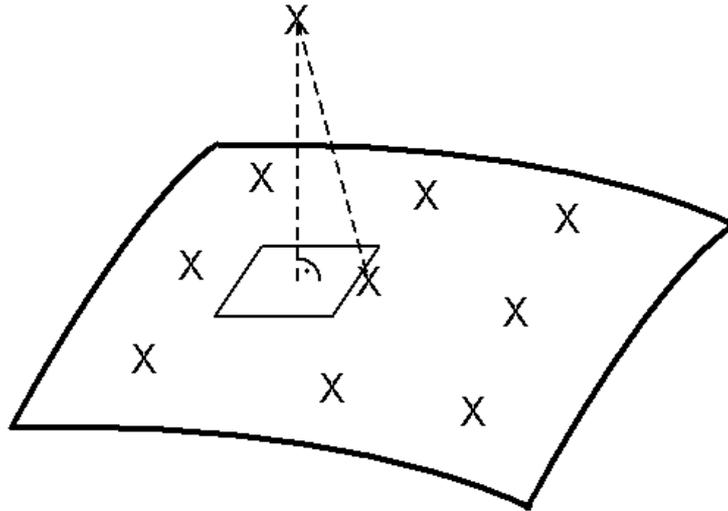


Abbildung 1: Nicht orthogonale Projektion bei nächster Nachbarsuche und gewünschte orthogonale Projektion auf Tangentialebene

Die Idee für eine orthogonale Projektion von Punktwolken geht auf Hoppe (vgl. [3]) zurück: Die durch $\{Q_i\}$ bestimmte Oberfläche wird dabei durch die lokale Approximation von Ebenen näherungsweise berechnet. Die Projektion eines Punkts aus $\{P_i\}$ erfolgt dann durch die Projektion auf genau eine der lokalen Approximationsebenen. Das Verfahren erfordert die Approximation von genau einer Ebenen H_j für jeden Punkt Q_j . Damit die Oberfläche durch H_j hinreichend genau beschrieben wird, dürfen für die Approximation nur Punkte in der Nähe von Q_j berücksichtigt werden, d.h. alle Punkte innerhalb eines Einflusradius R_1 . Für genügend kleines R_1 kann H_j als Approximation der Tangentialebenen der Oberfläche in Q_j interpretiert werden.

Die Projektion eines Punkts P_i auf die durch $\{Q_i\}$ bestimmte Oberfläche erfolgt dann in zwei Schritten:

- Suche nach dem bzgl. P_i nächstgelegenen Punkt Q_j innerhalb eines Suchradius R_2
- Orthogonale Projektion von P_i auf die durch Q_j und R_1 gegebene lokale Approximationsebene H_j .

Damit auch große Punktwolken effizient aufeinander projiziert werden können, werden sowohl zur Berechnung der lokalen Approximationsebenen H_i als auch zur Bestimmung des zu P_i nächstgelegenen Punkts Q_j geeignete Suchverfahren für dreidimensionale Punktwolken benötigt. Hierzu kommen beispielsweise ein oktaler Suchbaum (*Octree*) oder das von Wyvill (vgl. [7] und [8]) vorgeschlagene 3D-Gitter als Datenstruktur in Frage.

Der Suchradius R_2 bestimmt den Überlappungsbereich bei überlappenden Records: Es werden lediglich für diejenigen Punkte aus $\{P_{ij}\}$, für die innerhalb des Suchradius R_2 Punkte aus $\{Q_{ij}\}$ liegen, Lotfußpunkte berechnet.

Paarweises Matching

Beim paarweisen Matching zweier Records C_1 und C_2 wird ein Record als raumfest gesetzt (hier o.B.d.A. C_1), die Punkte $\{P_{ij}\}$ des Überlappungsbereichs von C_2 auf die Punkte des Überlappungsbereichs von C_1 orthogonal projiziert und durch Lösen des beschriebenen Minimierungsproblems eine Rotationsmatrix und ein Translationsvektor für den Record C_2 berechnet. Die beiden Schritte – Projektion von C_2 auf C_1 und Berechnung der Rotationsmatrix und des Translationsvektors – werden gemäß der ICP Methode für den im jeweils vorigen Schritt bereits gematchten Record C_2 wiederholt, bis der Restfehler E gegen ein Minimum konvergiert.

Paarweises Matching kann zur Ausrichtung einer gemessenen Punktwolke (Ist) gegenüber der CAD-Beschreibung eines Bauteils (Soll) im Sinne eines Soll-Ist-Vergleichs eingesetzt werden. Das Bauteil liegt hier i.a. durch eine Oberflächenbeschreibung mit gekrümmten Flächen, z.B. im IGES Format, vor. Zweckmäßigerweise sollte jedoch dann die beschriebene orthogonale Projektion von Records durch die orthogonale Projektion einer Punktwolke auf die gekrümmten Flächen ersetzt werden.

Das iterative Verfahren erfordert einen hinreichend guten Anfangswert für die Einträge der Rotationsmatrix und des Translationsvektors. Beim Matching von Records zum Ausgleich von Kalibrierungsfehlern und mechanischen Ungenauigkeiten des Scanners kann das Verfahren mit einer Nullmatrix und einem Nullvektor initialisiert werden, wogegen beim Soll-Ist-Vergleich die gemessene Punktwolke meist stark gegen das CAD-Modell des Bauteils verschoben und verdreht vorliegt, da bei Messungen mit optischen Sensoren meist kein Bezugssystem vorab eingestellt werden kann. Die Initialisierung des paarweisen Matching erfolgt dann z.B. interaktiv im CAD-System, indem vom Benutzer mehrere entsprechende Punktepaare in Punktwolke und CAD-Modell selektiert werden, die dann ebenfalls paarweise gematcht werden, und anschließend die resultierende Kombination von Rotation und Translation auf die gemessene Punktwolke angewendet wird.

Simultanes Matching

Mit der oben beschriebenen Kombination aus orthogonaler Projektion von Records und Lösen des Minimierungsproblems können bereits N überlappende Records $C_k = \{P_{ij}\}$, $k=1, \dots, N$, paarweise gematcht werden. Dabei werden die Überlappungsbereiche zwischen den Records C_k in einer quadratische Matrix M mit Boole'schen Einträgen gekennzeichnet: Da man sich bei Überlappung von C_{k1} und C_{k2} o.B.d.A. auf den Eintrag mit $k_1 < k_2$ beschränken kann, sind aus dieser Matrix lediglich die Elemente oberhalb der Hauptdiagonalen zu berücksichtigen. Bereits für einfache Konfigurationen ergeben sich beim sukzessiven, paarweisen Matching jedoch Schwierigkeiten. Im folgenden einfachen Beispiel besteht die Messung aus vier Records C_1, \dots, C_4 , die in einem geschlossenen Ring gemäß der folgenden Matrix M überlappen:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Dies bedeutet, daß die Überlappungen von C_1 mit C_2 , von C_2 mit C_3 , von C_3 mit C_4 und von C_4 mit C_1 zu berücksichtigen sind:

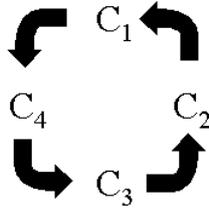


Abbildung 2: Schema für sukzessives paarweises Matching von Records in zirkularer Anordnung

Wird nun hintereinander paarweise gemäß Abbildung 2 gematcht und zwar: Zunächst C_2 auf C_1 , dann C_3 auf den gematchten Record C_2 , dann C_4 auf den gematchten Record C_3 , so kann für den vierten Überlappungsbereich zwar C_1 auf den gematchten Record C_4 gematcht werden. Jedoch zerstört das letzte Matching das zu Beginn durchgeführte Matching von C_2 auf C_1 .

Bei Messungen mit optischen Sensoren ist i.a. die Anzahl der Records wesentlich größer und entsprechend die Anordnung der Records und die Belegung der Indexmatrix M weitaus komplizierter als im genannten Beispiel. Mit paarweisen Matching können nicht gleichzeitig alle Überlappungsbereiche berücksichtigt werden. Deshalb wird im folgenden das paarweise Matching zu simultanem Matching erweitert. Stoddart (vgl. [6]) stellt eine Analogie des Matching Problems zum harmonischen Oszillator in der Mechanik für gekoppelte Systeme (vgl. z.B. [2]) her: In Abbildung 2 können C_1 bis C_4 als schwingende Massenpunkte interpretiert werden, die mit je einer Feder zwischen C_1 und C_2 , zwischen C_2 und C_3 , zwischen C_3 und C_4 und zwischen C_4 und C_1 gekoppelt sind. Der harmonische Oszillator wird in der Mechanik nicht durch paarweise Beziehungen zwischen den Massenpunkten, sondern als gekoppeltes System mathematisch beschrieben.

Ebenso kann das Matching Problem als gekoppeltes System simultan gelöst werden. Im folgenden bezeichnen $\{P_k\}_{ij}$ die Punkte des Records C_j im Überlappungsbereich mit Record C_i , $\{L_k\}_{ij}$ die Lotfußpunkte der orthogonalen Projektion des Records C_j auf C_i und F_i bzw. F_j die aus der Rotation R_i bzw. R_j und der Translation T_i bzw. T_j zusammengesetzte Abbildung für die Records C_i bzw. C_j , also:

$$\begin{aligned}
 F_i(L_k) &= R_i L_k + T_i, & L_k &\in \{L_k\}_{ij} \\
 F_j(P_k) &= R_j P_k + T_j, & P_k &\in \{P_k\}_{ij} \\
 E_{ij} &= \sum_k |F_i(L_k) - F_j(P_k)|^2 \\
 I &= \{(i, j) : i < j \text{ und } M_{ij} = 1\} \\
 E &= \sum_{(i,j) \in I} E_{ij} \rightarrow \text{Min}
 \end{aligned}$$

Die Minimierung des Gesamtfehlers erfolgt nun simultan für die Einträge von allen Rotationsmatrizen und Translationsvektoren. Um ein überbestimmtes System zu vermeiden, wird für N zu matchende Records C_1 bis C_N ein Record (o.B.d.A. der Record C_1) als raumfest vorausgesetzt. Es verbleiben $N-1$ Records, für die jeweils eine Rotation und eine Translation zu berechnen sind, so daß die Summe aus allen Abständen zwischen allen überlappenden Records minimiert wird. Im Unterschied zum paarweisen Matching wird für die Lotfußpunkte der Records C_2 bis C_N ebenfalls eine Rotation und Translation angesetzt, und die Rotation und die Translation für jeden Record werden so bestimmt, daß der Gesamtfehler statt dem paar-

weisen Fehler minimiert wird. Auf diese Weise werden alle Überlappungsbereiche simultan berücksichtigt. Die Minimierung von E führt auf ein nichtlineares Gleichungssystem in $N-1$ Sätzen von Einträgen für die gesuchten Rotationsmatrizen und Translationsvektoren und kann numerisch gelöst werden.

Wie beim paarweisen Matching wird auch für das simultane Matching ein hinreichend genauer Startwert für die zu berechnenden Rotationsmatrizen und Translationsvektoren benötigt. Beim Matching von Records zur Korrektur von Kalibrierungsfehlern und zum Ausgleichen von mechanischen Ungenauigkeiten kann jedoch davon ausgegangen werden, daß die Records zu Beginn bereits relativ genau ausgerichtet sind. Daher kann das iterative Verfahren bei dieser Anwendung mit Nullmatrizen für die Rotationsmatrizen und Nullvektoren für die Translationsvektoren initialisiert werden. Es existieren jedoch bereits weiterführende Verfahren, die zusätzlich gegenüber Rotation und Translation invariante Features in den Records wie Krümmungswerte oder Zentralmomente zunächst aus den Punktkoordinaten berechnen und dann beim Matching mit berücksichtigen, wobei Punktkoordinaten und invariante Features frei gewichtet werden können. Wie in [4] gezeigt wird, vergrößert sich dadurch der Konvergenzbereich für das Matching gegenüber der ICP Methode, was zukünftig möglicherweise beliebige Startwerte und damit vollautomatisches Matching gestattet.

Ergebnisse

Abbildung 3 zeigt einen Schnitt durch 4 gematchte Records, die im obigen Sinne zirkulare Überlappungsbereiche aufweisen.

# Records	4
# Punkte 1. Record C_1 :	12107
# Punkte 2. Record C_2 :	12982
# Punkte 3. Record C_3 :	12821
# Punkte 4. Record C_4 :	11000
# Überlappungsbereiche:	4
# Punkte 1. Überlappungsbereich:	2400
# Punkte 2. Überlappungsbereich:	793
# Punkte 3. Überlappungsbereich:	1498
# Punkte 4. Überlappungsbereich:	865
Relativer initialer mittlerer Fehler:	2.379
Relativer Restfehler:	0.007
Gesamte Rechenzeit:	37.5 sec

Zunächst wurde sequentiell paarweise – wie oben beschrieben – gematcht, wobei eine Ausrichtung von C_1 auf den bereits gematchten Record C_4 nicht durchgeführt wurde, da diese das zuvor durchgeführte Matching von C_2 auf C_1 aufheben würde. Das obere Teilbild zeigt einen Schnitt durch die sequentiell gematchten Records; dabei werden die Punkte von C_1 mit einem ”+”, die Punkte von C_2 mit einem ”o”, die Punkte von C_3 mit einem ”□” und die Punkte von C_4 mit einem ”x” dargestellt. Erwartungsgemäß erweist sich das Matching der Punkte im Überlappungsbereich von C_4 und C_1 bei sequentieller, paarweiser Ausrichtung als fehlerhaft (eingekreist). Im Gegensatz dazu sind bei simultanem Matching (unteres Teilbild) aller vier Records keine Fehler zu erkennen.

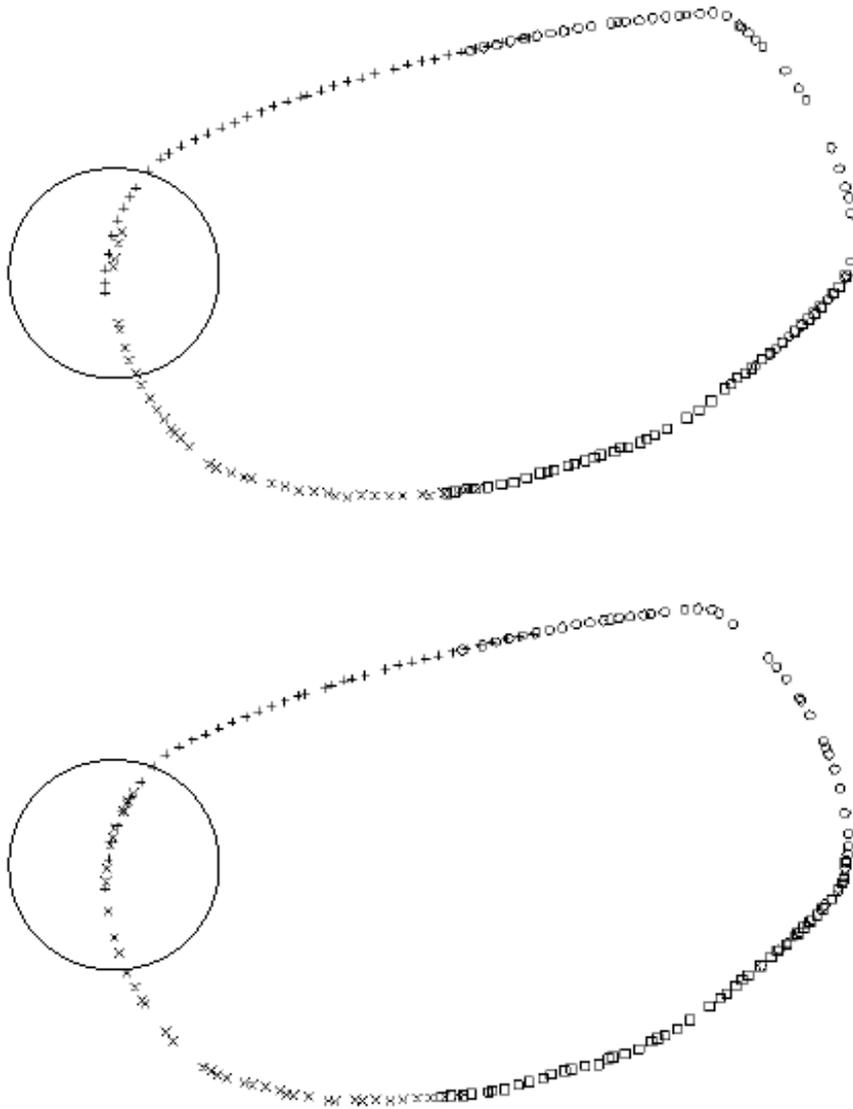


Abbildung 3: Schnitt durch sequentiell und simultan ausgerichtete Records

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt Methoden zur nachträglichen Korrektur von Ausrichtungsfehlern von gescannten Records mittels Best Fit Matching. Dabei wurde ein auf der ICP Methode beruhendes Verfahren für paarweises Matching zu simultanem Matching erweitert. Dadurch können auch Records beliebiger Überlappingsstruktur – insbesondere mit zirkularer Überlappungsbereichen – hinreichend genau ausgerichtet werden.

Zur Korrektur von Kalibrierungsfehlern und zum Ausgleichen von mechanischen Ungenauigkeiten optischer Sensoren kann das iterative Verfahren mit Nullmatrizen und Nullvektoren initialisiert werden. Für andere Anwendungen wie der Soll-Ist-Vergleich zwischen Punktwolke und CAD-Modell müssen momentan jedoch interaktive Verfahren zur Ermittlung des Startwerts verwendet werden. Weiterführende Verfahren, die insbesondere Startwerte automatisch berechnen, sind aktuell in Arbeit.

Literatur

- [1] Besl, P.J.; McKay, N.D.: A method for registration of 3-d shapes. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 14(2): S. 239-256 (1992).
- [2] Gerthsen, C.; Meschede, D.: Gerthsen Physik, 21. Auflage, Springer Verlag, Berlin Heidelberg 2001.
- [3] Hoppe, H.; DeRose T.; Duchamp, T.; McDonald J.; Stuetzle W.: Surface reconstruction from unorganized points. Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings), 26(2):71-78, July 1992.
- [4] Sharp, G.C.; Lee, S.W.; Wehe, D.K.: ICP Registration using Invariant Features. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 24, 1 (2001).
- [5] Sharp, G.C.; Lee, S.W.; Wehe, D.K.: Toward Multiview Registration in Frame Space. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Seoul, Korea, 2001.
- [6] Stoddart, A. J.; Hilton, A.: Registration of multiple point sets. 13th Int. Conf. Pattern Recognition, Vienna, Austria, (1996).
- [7] Westkämper, E.; Knorpp, R.; Schuhmann, N.: Feature-line Extraction from Point Clouds. WGP-Annalen VIII/2, 2001.
- [8] Wyvill, G.; McPheeters, C.; Wyvill, G.: Data structure for soft objects. The visual computer, 2(4):227-234, 1986.

Informationen zum Autor:

- Studium der Mathematik an der Uni Stuttgart, Abschluß 02/1998
- Von 03/1998 bis 07/2002: Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Uni Stuttgart bzw. FhG-IPA
- Seit 08/2002: Softwareentwicklung im Bereich CAD / Reverse Engineering für die Fa. Pagoda Systems, Stuttgart